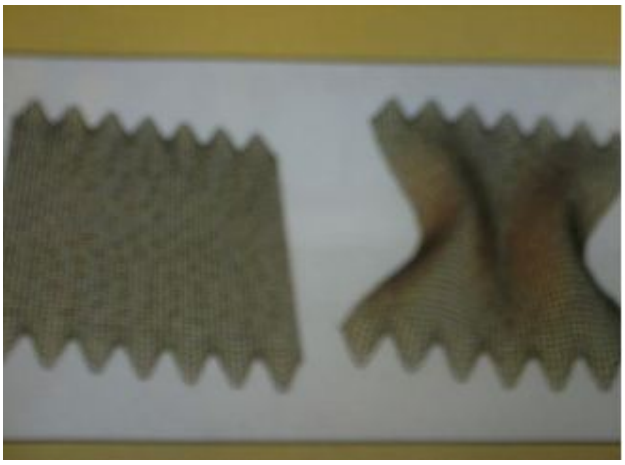
علاقة المكرونة بالرياضيات

للمكرونة مئات من الأشكال. فقد يمر تصنيعها بعدة عمليات تخضع خلالها للتمديد و التقليص فالقطع ثم الضغط و اللف و الطي وفق معادلات رياضية حسب الشكل المرغوب فيه. و في هذا الصدد، قام المهندس المعماري و المصمم جورج لوجوندر (George Legendre)بتمثيل نماذج رياضية لأكثر من 90 نوعا من "المكرونة" في كتاب يجمع بين فن الطبخ و الرياضيات بطبيعة الحال.



يسمى هذا الكتاب : باسطا باي ديزاين(Pasta by Design) و يمكن الاستناد عليه لإنشاء نماذج رياضية جديدة للمكرونة و لم لا تجسيدها عن طريق طابعة ثلاثية الأبعاد. سنعرض في ما يلي نوعا من الأنواع التي تم التطرق لها في الكتاب و الذي يدعى باللغة الانجليزية : فارفل. كما يتم تلقيبه بالفراشات العريضة نسبة لشكله.

يعد الشكل الأساس للفارفلات مستطيلا ذي ضلعين متقابلين مسننين كما هو موضح في الصورة على اليسار. عندما نطبق ضغطا انطلاقا من منتصفي الضلعين المتقابلين الآخرين في اتجاه مركز المستطيل، نحصل على موجة يتصادف وسعها الأقصى ومركز المستطيل(المستقيم المار بمنتصفي الضلعين غير المسننين):z=0. يصغر هذا الوسع شيئا فشيئا لينعدم تماما على مستوى الضلعين المسننين.

لإعداد نموذج أولي لهذا النوع من المعكرونة، نحتاج إلى أربعة عوامل متغيرة :

es: يمثل الضغط وصفه أعلاه

we: قياس وسع الموجة الناتجة عن الضغط

za: قياس وسع الأسنان للضلعين المسننين

k: تأثير شكل الحزام (لأن الموجة ليست مستقيمة، بل تتخذ شكل حزام، لاحظوا الصورة)

عرض المعادلات ت البارامتريـــــــــــــــــــة حيث يتغير كل من u و t مـــــــــــــــــــا بين ـ
1 و1 : (zليس نحو الأعلى بل يتواجد في مستوى المستطيل)

$$x(t,u) = -we \times es \times e^{-2.5u^2} \cos(1.8\pi t)$$

$$y(t,u) = t(1 - e^{-ku^2} es)$$

يمكننا أن نحصل على الشكل الأصلي(مستطيل ذو ضلعين متقابلين مسننين) حين نهمل الضغط (es=0)

كما أنه يمكن الحصول على مستطيل عادي (كل الأضلاع غير مسننة) بإهمال وسع الأسنان(za=0)

$$x(t,u) = 0 \quad ; \quad y(t,u) = t \quad ; \quad z(t,u) = u$$

انطلاقا من الشكل الأخير و كمقاربة أولية، يمكن تمثيل شكل الموجة و الأسنان عن طريق دالة جيب تمام cosin :

تمثل الأسنان بواسطة :

$za \times u^{10} \cos(7\pi t)\, sgn(u)$ في المعادلة البارامترية لz حيث يلعب u الدور الأساس في الأطراف(لا ننسى أ ن القيمة المطلقة لu أصغر من 1) في حين يلعبsgn(u) دور التماثل. من جهة أخرى تمثل الموجة عن طريق x. و في الأخير تم إدماج في المعادلة

البارامترية لz من أجل أخذ الشكل الشلجمي الذي يظهر على مستوى الأسـنان بعد الضغط بعين الاعتبا ر.

و بناء عليه، عند تغيير قيمة es من 0 إلى قيم أكبر يتغير شكل "المكرونة" حيث يكبر وسع الموجـــة و ك ذلك الانحناء أو الاعوجاج على مستوى الأطراف المسننة.

يمكن صقل هذا النموذج ليصير أقرب للواقع. أولا، من خلال الملاحظة يتضح أن شكل الأطراف المسـننة يميل إلى شكل المثلث عوض دالة جيب التمام كما أن مفعول الضغط و الذي ينتج عنه ظهور الموجتين لا يمثل الواقع بشكل دقيق، لذلك يجب إضافة عوامل متغيرة أخرى تمثل ظهور الطيات و تلامسها و وسـعها .

إذن فالحديث لا زال مفتوحا و شيقا لمن يعشقون اللعب بالمعادلات البارامترية من أجل خلق أو تمثيل أشـ كال جديدة.

ترجمة : سعيد الفراشي

مراجعة: رشيــد لعنــاني

المصدر: Tangente N° 158 du 30 Mai 2014