حل لغز متتالية الأعداد

Olena Shmahalo/Quanta Magazine

رابط اللغز

السؤال الأول :
لنعتبر متتالية الأعداد التالية:
13 26 2 4 6 3 9 12 8 10 5 15 18 14 7
21 24 16 ...
على خلاف معظم الدّوال الرياضيّة، ترتفع هذه المتتالية وتنخفض مثل دقات قلب. هل بإمكانكم اكتشاف القاعدة البسيطة وراءها؟

هذه المتتالية كما ذكرنا في المقال السابق لا توجد في الموسوعة الإلكترونية لمتتاليات الأعداد OEIS التي أنشأها نيل سلوان والمتضمنة لكل متتاليات الأعداد المثيرة للاهتمام المكتشفة إلى يومنا هذا.
لإنشاء هذه السلسلة، نبدأ ب 13. كل عدد لاحق هو أصغر عدد أكبر من 1 ويملك عاملا مشتركا مع العدد الذي يسبقه، ولا يوجد في المتتالية لحد الآن. وبالتالي، أصغر عدد يملك عاملا مشتركا مع 13 هو 26، وبعده يأتي 2 وهو أصغر عامل مشترك ل 26 لم يُذكر بعد، وهكذا.

إليكم كيف ستصبح المتتالية إذا استمرت :
13, 26, 2, 4, 6, 3, 9, 12, 8, 10, 5, 15, 18, 14, 7, 21, 24, 16, 20, 22, 11, 33, 27, 30, 25, 35, 28, 32, 34, 17, 51, 36, 38, 19, 57, 39, 42, 40, 44, 46, 23, 69, 45, 48, 50 ...

السؤال الثاني :
هل تعتقدون أن كل عدد موجب أكبر من 1 سيظهر في المتتالية؟ أثبتوا جوابكم.
نعم، كل عدد موجب أكبر من 1 سيظهر في المتتالية. الطريقة المشهورة لإثبات شيء كهذا هو البرهان بالخلف – نفترض أن عكس ما نحاول إثباته صحيح، ونبين أنه يقود إلى تناقض، إذن عكس افتراضنا أي العبارة التي نريد إثباتها يجب أن تكون صحيحة.

إذا افترضنا أن عددا n>1 لا يوجد في المتتالية، يستلزم أن أعدادا أخرى ستُتجاوز. بالتحديد، سيكون هناك عدد محدود من مضاعفات الأعداد الأولية. لذا، المتتالية ستتكوّن من من عدد متناهي من مضاعفات عدد متناهي من الأعداد الأولية، وبالتالي ستكون محدودة. لكن هذا مستحيل، لأننا وإن افترضنا أن عددا في "نهاية" المتتالية، سنجد دوما عدد يتشارك معه مضاعفا أوليا، ومنه فالسلسلة لا نهائيّة. هذا التناقض يعني أن افتراضنا خاطئ، إذاً فإن كل عدد أكبر من 1 لا بد أن يظهر في حدّ من حدود المتتالية.

السؤال الثالث :

إلى أي مدى ستستمر المتتالية لكي تصل لزوج أعداد يتشاركان أكثر من عامل أولي؟
الحدود 575–580 من المتتالية هي : ...608, 589, 620, 610, 614, 307... لاحظ أن 620 و 610 يتشاركان العامل 10 إذا لهما عاملان أوليان مشتركان 5 و 2 .

السؤال الرابع :

لماذا تبدأ المتتالية بالعدد 13 ؟
السلسلة تبدأ بالعدد 13 لأنه أصغر عدد يمكننا اختياره لبدأ متتالية كهذه ولا توجد في OEIS .

المصدر: **1**