المسائل الرياضية الست المستعصية الجزء الثاني: حدسية هودج

هي المسألة الخامسة على لائحة معهد كلاي للمسائل غير المحلولة، وضعها البريطاني "سير هودج" سنة 1950، ومنذ ذلك الحين حاول مجموعة من علماء الرياضيات فك ألغاز هذه الحدسية، للوصول إلى برهان رياضي يثبت صحتها أو يدحضها.

حدسية هودج هي حدسية رياضية تجمع بين ثلاث مجالات رياضية، هي في الأصل متباعدة تماما بين:

1. الطبولوجيا
2. الهندسة الجبرية
3. التحليل العقدي

و هذا يجعلها حدسية على درجة كبيرة من التعقيد، تحتاج لفهمها إلى إلمام شامل بهذه المجالات الثلاثة. و نص الحدسية كما وضعه "سير هودج" هو كالتالي :

" كل تمثيل تفاضلي توافقي لمتغيرات إسقاطية عقدية غير فردية هو تأليفة جذرية لأصناف جبرية" .

ينطلق السؤال المركزي في الحدسية من نوع من الكائنات الرياضية يسمى بالمتغيرات الإسقاطية العقدية Complex Projective Varieties والتي عرفتها العالمة الفرنسية "كلير فوازان " في مجلة "la recherche" على أنها مجموعة من النقط في فضاء إسقاطي معرفة من خلال صيغة حدودية.

مثلا مجموعة نقط من المستوى التي تحقق إحداثياتها المعادلة التالية :

$X^2+y^2=1$

هي عبارة عن دائرة .

المتغيرات الإسقاطية العقدية هي كائنات من نفس النوع تقريبا، في حالة ما إذا أخذنا X وy أعدادا عقدية. وبذلك تصبح المعادلة الأولى على هذا الشكل: $X^2+Y^2=Z^2$ وهي المعادلة المميزة لمخروط أساسه عبارة عن ما يسمى باللغة الأنجلبزية "conical projective".

* ما الذي تسعى حدسية هودج لإثباته؟

الفكرة هي دراسة هذه الكائنات، أي المتغيرات الجبرية الإسقاطية عن طريق استعمال أدوات و تقنيات من مجالات أخرى كالطبولوجيا و الهندسة التفاضلية العقدية.

حسب الحدسية يمكننا من خلال هذه الوسائل فهم طبيعة أخرى للمتغيرات الإسقاطية العقدية. إنها عبارة عن أصناف تشابه"cohomology classes" لمتغيراتها الجزئية "sous variétées".

أي أنها (حدسية هودج) تضع علاقة بين الطبولوجيا الجبرية لمتغير جبري عقدي غير فردي مع هندسته الممثلة من خلال معادلات حدودية تُعَرف متغيراته الجزئية.

* لماذا تعتبر حدسية هودج ذات أهمية بالغة؟

في الواقع الحدسية ليست لها تطبيقات ملموسة أو عملية كما هو الحال بالنسبة ل: P=NP التي ناقشناها في مقال سابق، إلا أنه بحلها سنتمكن من زيادة حقول جديدة للبحث في ميدان الرياضيات. و كما جاء على لسان كلير فوازان : « في تقاطع مجموعة من المجالات الرياضية، تبقى حدسية هودج محط إلهام الرياضيين على مر السنين. و من المؤكد أنه كيفما كانت الحدسية (صحيحة أو خاطئة) فبرهنتها ستكون في حد ذاتها كنزا رياضيا" .

إعداد : نورة أبليق

التدقيق اللغوي: علي توعدي

المراجع: 1 2 3